

2月試験(前期) [2月5日] 数学 解答

[I]

問1

和が5になるのは

(1, 1, 3), (1, 2, 2), (1, 3, 1), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (3, 1, 1) の6通り

$$\therefore \frac{6}{6^3} = \frac{1}{36}$$

問2

$n$ 回とも6が出ればよいので  $\frac{1}{6^n}$

問3

和が  $n+3$  になるのは次の3パターンで確率はそれぞれ

$$\cdot 1 \text{ が } n-1 \text{ 回, } 4 \text{ が } 1 \text{ 回} \quad \rightarrow \quad {}_n C_1 \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} = \frac{n}{6^n}$$

$$\cdot 1 \text{ が } n-2 \text{ 回, } 3 \text{ が } 1 \text{ 回, } 2 \text{ が } 1 \text{ 回} \quad \rightarrow \quad {}_n P_2 \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{1}{6}\right)^{n-2} = \frac{n(n-1)}{6^n}$$

$$\cdot 1 \text{ が } n-3 \text{ 回, } 2 \text{ が } 3 \text{ 回} \quad \rightarrow \quad {}_n C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{1}{6}\right)^{n-3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6^{n+1}}$$

$\therefore$  求める確率はこれらを全て足して  $\frac{n(n+1)(n+2)}{6^{n+1}}$

問4

出た目の積が奇数になるのは、 $n$ 回とも奇数が出るときなので  $\left(\frac{1}{2}\right)^n$

よって積が偶数になる確率は  $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$

[II]

問1

$$x^3 - (2+a)x^2 + 2ax$$

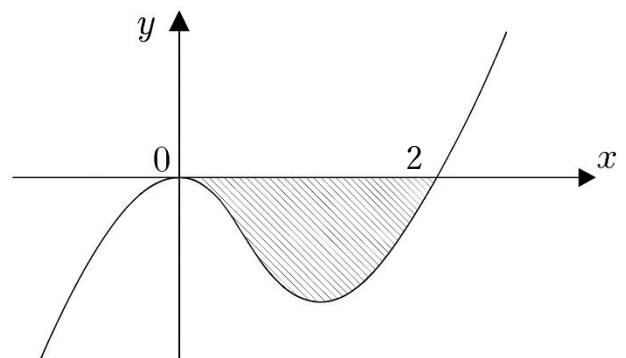
$$= x(x-2)(x-a) = 0 \text{ を解いて}$$

$x$ 軸との交点の座標は  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(a, 0)$

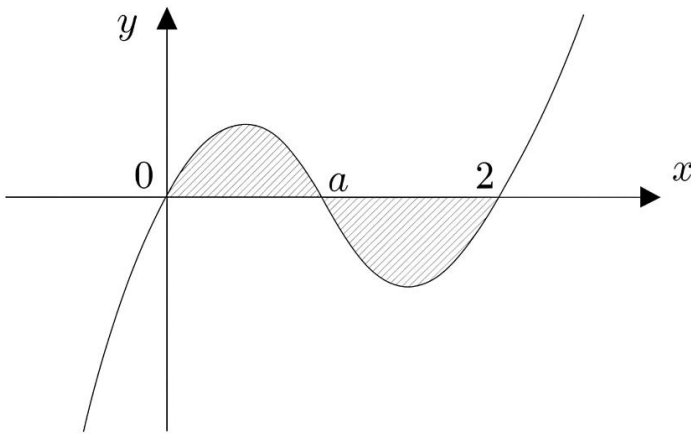
問2

$$y = x^3 - 2x^2 = x^2(x-2)$$

$$-\int_0^2 (x^3 - 2x^2) dx = -\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3\right]_0^2 = \frac{4}{3}$$



問3



求める面積を  $S$  とする。

$$S = \int_0^a x(x-2)(x-a)dx - \int_a^2 x(x-2)(x-a)dx = -\frac{1}{6}a^4 + \frac{2}{3}a^3 - \frac{4}{3}a + \frac{4}{3}$$

$$6S = -a^4 + 4a^3 - 8a + 8$$

$$(6S)' = -4a^3 + 12a^2 - 8 = -4(a-1)(a^2 - 2a - 2) = 0$$

を満たす  $a$  は  $0 < a < 2$  を考慮すると  $a = 1$

このとき  $6S$  は最小値をとる。従って  $a = 1$  のとき  $S$  は最小値  $\frac{1}{2}$  をとる。

[Ⅲ]

問1

接点を  $(t, 2t^3 - t)$  とおく。

$y' = 6x^2 - 1$  より、接線の方程式は

$$y = (6t^2 - 1)(x - t) + 2t^3 - t = (6t^2 - 1)x - 4t^3 \text{ となる。}$$

この接線が点  $(0, 4)$  を通るので  $4 = -4t^3$

$$\therefore t = -1$$

よって、接線の方程式は  $y = 5x + 4$

問2

$$\text{左辺} = \int_{-3}^3 (x-1)(x+2)(x-a)dx$$

$$= \int_{-3}^3 \{x^3 + (1-a)x^2 - (a+2)x + 2a\}dx$$

$$= \left[ \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}(1-a)x^3 - \frac{1}{2}(a+2)x^2 + 2ax \right]_{-3}^3$$

$$= \frac{81}{4} + 9(1-a) - \frac{9}{2}(a+2) + 6a - \left\{ \frac{81}{4} - 9(1-a) - \frac{9}{2}(a+2) - 6a \right\}$$

$$= -6a + 18 = -48$$

$$\text{より } a = 11$$