２月試験（前期）[２月５日]　数学　解答

[Ⅰ]

問１

直線 $y=x$ について対称な点の座標は、元の点の x 座標と y 座標を入れかえたものなので、$A'(n,m)$

問２

(n,m)を E の式の左辺に代入すると、$n^2+m^2=1$となる。また、点 A(m,n)は E 上にあることから、
$m^2+n^2=1$となるので、$n^2+m^2=1$であり、$A'(n,m)$は円 E 上にある。

問３

$y=x$ と、$x^2+y^2=1$を連立して解くと $x=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ ， $y=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ ，点 B は点 C より左側にあるので、

B$\left(-\frac{1}{\sqrt{2}},\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ，C$\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

問４

$\triangle ABC=\triangle OBA+\triangle OAC=\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{2}\times 1\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

問５（図は略）

BC を底辺としたとき高さが最大になるのは、直線 BC に平行な接線を与える点 A である。

$\therefore\ A\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\ -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$となるので面積は１

[Ⅱ]

問１

組み合わせは(1，1，1)，(1，1，2)，(1，1，3)，(1，1，4)，(1，1，5)，(1，2，2)の６組で、
それぞれの順列を考えると 16 通り　$\therefore\ \frac{16}{5^3}=\frac{16}{125}$

問２

全て奇数が出る事象の余事象なので全て奇数が出る確率$\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$を用いて、求める確率は、$1-\frac{27}{125}=\frac{98}{125}$

問３

奇数が１回か３回出ればよいので、

$${}_4C_1\left(\frac{3}{5}\right)^1\left(\frac{2}{5}\right)^3+\ {}_4C_3\left(\frac{3}{5}\right)^3\left(\frac{2}{5}\right)^1=\frac{312}{625}$$

問 4

$(n-1)$回目に奇数が奇数回取り出されている場合、n回目に偶数がでればよい。

$\therefore\ \dfrac{2}{5}P_{n-1}$

$(n-1)$回目に奇数が偶数回取り出されている場合、n回目に奇数がでればよい。

$\therefore\ \dfrac{3}{5}(1-P_{n-1})$

よって$P_n=\frac{2}{5}P_{n-1}+\frac{3}{5}(1-P_{n-1})=\frac{3}{5}-\frac{1}{5}P_{n-1}$

問 5

$P_n-\frac{1}{2}=-\frac{1}{5}\left(P_{n-1}-\frac{1}{2}\right)$

$P_1-\frac{1}{2}=\frac{1}{10}$より

$P_n-\frac{1}{2}=\frac{1}{10}\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

$\therefore P_n=\frac{1}{10}\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}+\frac{1}{2}$

[Ⅲ]

問 1（グラフは略）

$y\ =x^3-3x^2-24x+2$を微分すると、

$y'=3x^2-6x-24=3(x+2)(x-4)$

$y'=0$を解くと、$x=-2,4$となり

増減表は次のようになる

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	4	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	↗	30	↘	-78	↗

yは$x=-2$で極大値30, $x=4$で極小値-78をとる。

問 2

$x^3-3x^2-24x+2=a$の実数値の個数は、

$y=x^3-3x^2-24x+2$のグラフと、直線$y=a$の共通点の個数となる。

よって、問 1 のグラフより、3 個の異なる実数解をもつとき、

$-78<a<30$となる。

２月試験（前期）【2月5日】　数学　出題の意図

大問番号	出題の意図
1	「数学Ⅱ」の「図形と方程式」における「円の方程式」を軸とした幾何学的思考を問う設問である。問題に応じて正確な図が書けるかどうかが重要な点である。
2	「数学A」の「場合の数と確率」における基礎的な考え方を用いて確率を求める問題に、「数学B」の「数列」における漸化式を組み合わせた応用問題である。確率の問題から漸化式を導きそれを解く力を試す設問である。
3	「数学Ⅱ」の「微分法と積分法」について、3次関数の増減表の作り方、極大値・極小値の求め方、グラフのかき方、および関数のグラフの共有点と実数解の個数の関係を問う設問である。