３月試験［３月４日］　数学　解答

［Ⅰ］

問１

$x+1 \geqq 0$ と $x+1<0$で場合分けする。

$x+1 \geqq 0$のとき $\rightarrow x \geqq -1$かつ$|x+1|=x+1$となり$x+1=2x$を解いて$x=1$

$x+1<0$のとき $\rightarrow x<-1$かつ$|x+1|=-x-1$となり $-x-1=2x$ より $x=-\frac{1}{3}$となるが、

$x<-1$より不適、よって$x=1$が解

問２（グラフは略）

$f(x)=x^2-4x+a$とおく

$f(x)=0$が２つの実数解をもつのは$(-4)^2-4a>0 \Leftrightarrow 4>a$のとき…①

グラフと解の関係により$f(0)>0$かつ$f(3)>0$であるので$a>0$かつ$a>3$となる。…①

①と②から$4>a>3$となる。

問３

$$\sum_{k=1}^{n} k=\frac{n(n+1)}{2}$$

［Ⅱ］

問１

-0.75は$-1 \leqq -0.75<(-1)+1$より $[-0.75]=-1$

$\{-0.75\}=-0.75-(-1)=0.25$

問２

$\sqrt{2}=1.414\cdots, -\sqrt{2}=-1.414\cdots$なので $1 \leqq \sqrt{2}<2,\ -2 \leqq -\sqrt{2}<-1$

となり$[\sqrt{2}]=1, [-\sqrt{2}]=-2$となる。

問３

$x=[x]+\{x\}$かつ $y=[y]+\{y\}$となるので、

$x+y=[x]+[y]+\{x\}+\{y\}$を得る。

$[x+y]$は $[x]+[y]+\{x\}+\{y\}$ の整数部分となる。

$\{x\}=x-n$であり定義から０以上１未満

よって$0 \leqq \{x\}+\{y\}<2$なので、次の場合に分かれる。

$\{x\}+\{y\}<1$又は$\{x\}+\{y\} \geqq 1$のとき、

$$[x+y]=\begin{cases}[x]+[y] & (\{x\}+\{y\}<1) \\ [x]+[y]+1 & (\{x\}+\{y\} \geqq 1)\end{cases}$$

[Ⅲ]

問 1（図は略）

C_1とC_2の関係は、$|O_1O_2| + r_2 < 1$であればC_2はC_1の内部。

C_2がC_1の内部ならば$|O_1O_2| + r_2 < 1$であることは

$|O_1O_2| + r_2 \geqq 1$とするとC_2がC_1からはみだすことがわかる。

求める必要十分条件は$|O_1O_2| < 1 - r_2$

問 2（図は略）

$|O_1O_2| + r_2 = 1$であればC_2はC_1に内接している。

C_2がC_1に内接していれば、接点とO_1，O_2は直線に並び$|O_1O_2| + r_2 = 1$をみたす。

求める必要十分条件は$|O_1O_2| = 1 - r_2$

問 3（図は略）

C_2とC_3が外接する場合は、$|O_2O_3| = r_{2+}r_3$ ⋯①

C_2とC_3がC_1に内接するので、$|O_1O_2| + r_2 = 1$ かつ $|O_1O_3| + r_3 = 1$ ⋯②

①と②より$|O_2O_3| = r_{2+}r_3$ かつ $|O_1O_2| + r_2 = 1$ かつ $|O_1O_3| + r_3 = 1$

問 4（図は略）

O_1，O_2，O_3が同一直線上に並んでいる。かつC_2はC_1に内接しているので左の図となる。

いまC_2とC_3が外接しかつC_2, C_3とC_1が内接するので、

$2r_3 + 2r_2 = 2 \quad \rightarrow \quad r_3 + r_2 = 1$

求める面積は$\pi - {r_2}^2\pi - {r_3}^2\pi = \pi(1 - {r_2}^2 - {r_3}^2)$

$r_3 + r_2 = 1$を用いて$\pi(1 - {r_2}^2 - {r_3}^2)$から$r_3$を消去すると

$\pi(1 - {r_2}^2 - (1 - r_2)^2) = 2\pi r_2(1 - r_2)$

よって　$r_2 = r_3 = \frac{1}{2}$ のとき最大値　$\frac{\pi}{2}$

3月試験　数学　出題の意図

大問番号	出題の意図
1	「数学Ⅰ」の絶対値を含む方程式、二次方程式の解と係数の関係、「数学B」の「数列と和」から、自然数の１からｎまでの総和の理解を問う。
2	「数学Ⅰ」の数と式、実数の性質と関数の理解力を問う設問。
3	「数学Ⅱ」の円の性質の2つの円の位置の理解と応用力を問う。